1. Под *символической динамикой* понимают обычно тот специальный раздел общей теории динамических систем, в котором изучаются каскады и потоки, порожденные гомеоморфизмом сдвига σ в различных пространствах Σ последовательностей

$$\tilde{\omega} = \{\omega_n\}_{-\infty}^{+\infty}, \qquad (1.1)$$

где ω_n — буквы некоторого алфавита $\mathscr{L}$; $\sigma\{\omega_n\} = \{\omega_{n+1}\}$. Когда же говорят о *методах символической динамики*, то имеют в виду изучение произвольных динамических систем при помощи символических моделей, в которых последовательности (1.1) соответствуют траекториям изучаемой системы, а отображение σ — некоторому сдвигу вдоль этих траекторий. В частности, методы символической динамики оказываются применимыми в качественной теории дифференциальных уравнений, где рассматриваются гладкие системы на гладких многообразиях, хотя сама по себе символическая динамика большей частью имеет дело со вполне несвязными нульмерными пространствами, гомеоморфными канторову множеству.

Наиболее эффективными методы символической динамики оказываются в тех ситуациях, где изучаемые детерминированные системы обнаруживают аналогию со случайными процессами. К настоящему времени накопился ряд примеров и даже целые классы динамических систем, в том числе и с конкретным физическим содержанием, которым присущи черты «квазислучайного» поведения и для описания которых удобно пользоваться топологическими аналогами некоторых понятий вероятностного происхождения. Подчеркнем, что речь

вий или случайного внешнего шума). Мы по-прежнему остаемся в рамках математического детерминизма, т. е. единственности решения задачи Коши. Каким же образом в строго детерминированной системе может возникнуть аналогия со случайным процессом и, в частности, с марковской цепью?

Начнем со следующего простого рассуждения. Пусть на фазовом пространстве X действует динамическая система с дискретным временем (каскад) $\{f^n;\ n \in \mathbb{Z}\}$, порожденная отображением $f\colon X \to X$. Эта система строго детерминирована: задав точно начальное состояние x_0, мы однозначно определяем траекторию $x_n = f^n x_0$, $n \in \mathbb{Z}$. Предположим теперь, что мы наблюдаем за системой, регистрируя показания некоего прибора, который, обладая ограниченной точностью, может показывать только конечный набор значений $1, \ldots, m$; другими словами, $X = \bigcup\limits_{i=1}^{m} E_i$ и при $x \in E_i$ прибор показывает значение i. Множества E_i могут, вообще говоря, пересекаться («стрелка прибора стоит между делениями»), но эту возможность мы пока не будем принимать во внимание.

Пусть ω_0 — начальное показание прибора, т. е. $x_0 \in E_{\omega_0}$. Через время t образ $f^t E_{\omega_0}$ множества E_{ω_0} может оказаться весьма вытянутым и может пересекаться более чем с одним из множеств E_i. Поэтому результат наблюдения в момент t значением ω_0 определен неоднозначно. Произошла кажущаяся потеря детерминизма, вызванная не вмешательством Случая, а нашим предположением о невозможности точного определения положения фазовой точки.

Регистрируя показания прибора для всех моментов времени, мы получаем отображение $\psi\colon X \to \Sigma$, сопоставляющее точке x последовательность (1.1) так, что

$$\psi(x) = \tilde{\omega} = \{\omega_n\} \Leftrightarrow f^n x \in E_{\omega_n} \Leftrightarrow x \in \bigcap_n f^{-n} E_{\omega_n}. \qquad (1.2)$$

Это соотношение является ключом к исследованию каскадов методами символической динамики.

Конечно, рассчитывать на то, что ψ будет гомеоморфизмом (в этом случае f и сдвиг σ были бы топологически сопряжены), вообще говоря, не приходится, хотя бы потому, что пространство последовательностей вполне несвязно, а в наиболее интересных случаях X — гладкое многообразие. Все же при удачном выборе «прибора», т. е. множеств E_i, соответствие (1.2) может дать важную информацию о свойствах каскада $\{f^n\}$. В частности, основные результаты данного сборника связаны с тем, что для некоторого класса динамических систем удается выбрать множества $E_1, \ldots, E_m$ так, чтобы они образовали «марковское разбиение». В этом случае рассматриваемая динамическая система обладает свойствами, присущими вероятностным марковским цепям и их топологическим аналогам.